Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ **ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ**

КАФЕДРА **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (ФН11)**

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ **02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

О Т Ч Е Т

по домашней работе № 2 . 1

Дисциплина: Теория случайных процессов
Вариант: 15

Студент	ФН11-63Б		А.А.Серебряков
	(Группа)	(Подпись, дата)	(И.О. Фамилия)
Преподаватель			Т.В. Облакова
		(Подпись, дата)	(И.О. Фамилия)

Москва, 2022

Задача 1.

Моделирование гауссовского процесса с данной автоковариационной функцией

На отрезке $[0, T]$ с шагом h смоделируйте n траекторий гауссовского процесса ξ_t с заданным математическим ожиданием $m(t)$ и заданной автоковариационной функцией $K(t_1, t_2)$.

Выведите на печать две-три траектории вместе с графиком $m(t)$.

Выберите несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений t_1 и t_2, для близких, для соседних).

Для выбранных сечений ξ_{t_i} постройте гистограммы относительных частот, совмещенные с теоретической плотностью распределения СВ ξ_{t_i}.

Постройте для выбранных пар сечений диаграммы рассеяния, вычислите выборочные коэффициенты корреляции, постройте 95% доверительные интервалы (см. материал прошлого семестра). Сравните выборочные и теоретические значения коэффициентов корреляции.

Сформулируйте общие выводы.

№ Вар.	Интервал	Шаг	Число траек-торий	Математическое ожидание $m(t)$	Автоковариационная функция $K(t_1, t_2) = K(\tau)$, $t_2 - t_1 = \tau$
15	$[0, 10]$	**0.05**	100	$m(t) = 1 + e^{-t/2}$	$K(\tau) = \dfrac{3}{3 + 20\tau^2}$

Решение

Смоделируем одну траекторию.

Найдем индекс последнего элемента случайного вектора $(\xi_0, \xi_h, \dots, \xi_{Nh})$, $N = T/h$.

```
Tt = 10
H = 0.05
N = 100

> n = Tt/H
> n
[1] 200
```

Сформируем равномерную сетку шага 0.05 на заданном отрезке:

```
> kh = seq(0,Tt,H)
> head(kh)
[1] 0.00 0.05 0.10 0.15 0.20 0.25
> tail(kh)
[1]  9.75  9.80  9.85  9.90  9.95 10.00
```

Найдем вектор математических ожиданий $M\xi_{kh} = m(kh) = 1 + e^{-kh/2}$.

```
> M = function(t) {1 + exp(-t/2)}
> vec = M(kh)
> head(vec)
[1] 2.000000 1.975310 1.951229 1.927743 1.904837 1.882497
> tail(vec)
[1] 1.007635 1.007447 1.007263 1.007083 1.006909 1.006738
```

Вычислим матрицу ковариаций $\Sigma = (\sigma_{ij})$, и $\sigma_{ij} = cov\,(\xi_{hi}, \xi_{hj}) = K(h(i-j)) = \frac{3}{3+20(h(i-j))^2}$ и выведем ее первые пять строк и столбцов.

```
> covar = function(t_1,t_2) {3/(3+20*(t_2-t_1)^2)}
> cov_mat = matrix(0,nrow = 201,ncol = 201)
> for (i in 1:201)
+   for (j in 1:201)
+     cov_mat[i,j] = covar(kh[i],kh[j])
> cov_mat[1:5,1:5]
          [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 1.0000000 0.9836066 0.9375000 0.8695652 0.7894737
[2,] 0.9836066 1.0000000 0.9836066 0.9375000 0.8695652
[3,] 0.9375000 0.9836066 1.0000000 0.9836066 0.9375000
[4,] 0.8695652 0.9375000 0.9836066 1.0000000 0.9836066
[5,] 0.7894737 0.8695652 0.9375000 0.9836066 1.0000000
```

Далее генерируем с помощью встроенного датчика случайных чисел базовую последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин

$$\bar{\varepsilon}^T = (\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N).$$

```
> eps = rnorm(n+1, mean = 0, sd = 1)
> head(eps)
[1]  0.4183923  0.3135995  1.3587698 -0.2982266 -1.8320460 -0.9346418
> tail(eps)
[1] -1.5009331  2.2762237 -1.2879880  0.2009121  0.2184200 -0.6887253
```

Находим квадратный корень Холецкого из матрицы Σ, то есть такую нижнетреугольную матрицу L, что $\Sigma = LL^T$.

```
> L = t(chol(cov_mat))
> round(L[1:5,1:5],4)
       [,1]   [,2]   [,3]   [,4]   [,5]
[1,] 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
[2,] 0.9836 0.1803 0.0000 0.0000 0.0000
[3,] 0.9375 0.3409 0.0698 0.0000 0.0000
[4,] 0.8696 0.4558 0.1863 0.0374 0.0000
[5,] 0.7895 0.5159 0.3078 0.1233 0.0252
```

Проверим, что полученная матрица действительно является матрицей Холецкого, то есть, выполняется $\Sigma = LL^T$:

```
> res = L %*% t(L)
> res[1:5,1:5]
          [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 1.0000000 0.9836066 0.9375000 0.8695652 0.7894737
[2,] 0.9836066 1.0000000 0.9836066 0.9375000 0.8695652
[3,] 0.9375000 0.9836066 1.0000000 0.9836066 0.9375000
[4,] 0.8695652 0.9375000 0.9836066 1.0000000 0.9836066
[5,] 0.7894737 0.8695652 0.9375000 0.9836066 1.0000000
```

Действительно, полученная матрица совпадает с ковариационной.

Вычисляем центрированную последовательность $\bar{\eta} = L\bar{\varepsilon}$.

```
> eta = as.numeric(L %*% eps)
> head(eta)
[1] 0.4183923 0.4680841 0.5940201 0.7487656 0.8274163 0.7424029
> tail(eta)
[1] -0.3940519 -0.4596702 -0.5164850 -0.5354415 -0.5188714 -0.4853751
```

Для получения искомого вектора $\bar{\xi}$ к каждому элементу вектора $\bar{\eta}$ добавляем нужное математическое ожидание: $\xi_{kh} = \eta_k + m(kh)$.

```
> ksi = vec + eta
> head(ksi)
[1] 2.418392 2.443394 2.545250 2.676509 2.732254 2.624900
> tail(ksi)
[1] 0.6135832 0.5477764 0.4907777 0.4716419 0.4880371 0.5213629
```

На основе алгоритма для одной траектории смоделируем n траекторий гауссовского процесса ξ_t.

```
> trajectories = function(Tt, H)
+ {
+   n = Tt/H
+   kh = seq(0,Tt,H)
+   vec = M(kh)
+   cov_mat = matrix(0,nrow = 201,ncol = 201)
+   for (i in 1:201)
+     for (j in 1:201)
+       cov_mat[i,j] = covar(kh[i],kh[j])
+   eps = rnorm(n+1, mean = 0, sd = 1)
+   L = t(chol(cov_mat))
+   eta = as.numeric(L %*% eps)
+   ksi = vec + eta
+   return(ksi)
+ }
> traj_list = replicate(N, trajectories(Tt, H), simplify = F)
```

Выведем несколько траекторий на печать.

```
> round(traj_list[[1]], 3)
  [1] -0.238 -0.122  0.010  0.065  0.014 -0.078 -0.135 -0.141 -0.128 -0.104 -0.028  0.125
 [13]  0.308  0.465  0.588  0.701  0.807  0.877  0.907  0.929  0.969  1.046  1.171  1.331
 [25]  1.504  1.684  1.900  2.197  2.574  2.957  3.253  3.377  3.275  2.973  2.559  2.132
 [37]  1.761  1.464  1.218  1.021  0.880  0.757  0.612  0.467  0.383  0.386  0.460  0.580
 [49]  0.711  0.823  0.883  0.856  0.719  0.468  0.144 -0.155 -0.320 -0.305 -0.151  0.058
 [61]  0.284  0.556  0.906  1.314  1.691  1.925  1.980  1.940  1.913  1.930  1.950  1.939
 [73]  1.924  1.952  2.013  2.036  1.960  1.787  1.581  1.414  1.303  1.202  1.073  0.933
 [85]  0.836  0.832  0.933  1.113  1.322  1.512  1.628  1.617  1.467  1.220  0.954  0.737
 [97]  0.628  0.664  0.802  0.929  0.967  0.895  0.712  0.458  0.244  0.159  0.213  0.377
[109]  0.615  0.874  1.098  1.250  1.309  1.262  1.127  0.977  0.884  0.880  0.950  1.053
[121]  1.149  1.222  1.271  1.275  1.201  1.044  0.816  0.536  0.260  0.059 -0.049 -0.094
[133] -0.070  0.040  0.200  0.331  0.382  0.329  0.181  0.001 -0.121 -0.138 -0.054  0.116
[145]  0.353  0.639  0.932  1.168  1.303  1.317  1.235  1.145  1.142  1.258  1.451  1.631
[157]  1.729  1.742  1.707  1.657  1.601  1.527  1.438  1.354  1.304  1.321  1.429  1.606
[169]  1.759  1.778  1.636  1.376  1.046  0.712  0.468  0.385  0.436  0.543  0.648  0.740
[181]  0.835  0.940  1.035  1.093  1.114  1.121  1.134  1.167  1.243  1.381  1.559  1.738
[193]  1.912  2.079  2.220  2.307  2.304  2.200  2.022  1.825  1.673
```

```
> round(traj_list[[75]], 3)
  [1]  2.101  2.216  2.444  2.762  3.090  3.337  3.454  3.442  3.337  3.191  3.044  2.894
 [13]  2.715  2.519  2.343  2.213  2.157  2.208  2.378  2.648  2.990  3.353  3.668  3.899
 [25]  4.091  4.318  4.617  4.954  5.241  5.392  5.354  5.116  4.731  4.285  3.825  3.358
 [37]  2.918  2.574  2.359  2.228  2.133  2.079  2.077  2.104  2.109  2.048  1.895  1.651
 [49]  1.372  1.163  1.075  1.071  1.088  1.093  1.085  1.110  1.219  1.409  1.627  1.820
 [61]  1.961  2.055  2.136  2.248  2.372  2.453  2.467  2.406  2.273  2.129  2.072  2.132
 [73]  2.237  2.261  2.118  1.804  1.386  0.931  0.477  0.073 -0.236 -0.440 -0.562 -0.631
 [85] -0.671 -0.692 -0.696 -0.695 -0.683 -0.634 -0.543 -0.423 -0.268 -0.071  0.141  0.337
 [97]  0.505  0.650  0.794  0.968  1.187  1.435  1.654  1.774  1.775  1.698  1.594  1.497
[109]  1.430  1.397  1.360  1.260  1.089  0.911  0.801  0.782  0.859  1.029  1.260  1.490
[121]  1.679  1.844  1.996  2.101  2.117  2.038  1.871  1.603  1.233  0.803  0.372 -0.026
[133] -0.390 -0.708 -0.936 -1.029 -0.970 -0.777 -0.502 -0.217  0.044  0.315  0.638  1.020
[145]  1.425  1.788  2.062  2.237  2.298  2.195  1.924  1.580  1.258  0.972  0.702  0.473
[157]  0.330  0.276  0.263  0.228  0.140  0.022 -0.083 -0.115 -0.026  0.154  0.313  0.354
[169]  0.265  0.098 -0.077 -0.221 -0.326 -0.368 -0.289 -0.074  0.231  0.551  0.822  1.013
[181]  1.130  1.202  1.259  1.293  1.273  1.176  1.007  0.805  0.628  0.517  0.474  0.431
[193]  0.309  0.120 -0.039 -0.100 -0.105 -0.163 -0.341 -0.607 -0.880
```

```
> round(traj_list[[97]], 3)
  [1]  2.669  2.414  2.083  1.764  1.559  1.528  1.633  1.758  1.801  1.733  1.597  1.437
 [13]  1.268  1.111  0.991  0.917  0.910  1.005  1.211  1.482  1.759  2.012  2.229  2.399
 [25]  2.531  2.672  2.847  3.018  3.137  3.201  3.227  3.212  3.139  3.022  2.898  2.792
 [37]  2.704  2.612  2.480  2.296  2.099  1.933  1.801  1.660  1.468  1.268  1.153  1.141
 [49]  1.175  1.218  1.260  1.292  1.311  1.337  1.408  1.544  1.719  1.878  1.999  2.129
 [61]  2.323  2.573  2.829  3.061  3.243  3.315  3.203  2.899  2.492  2.118  1.868  1.744
 [73]  1.669  1.547  1.322  0.969  0.519  0.070 -0.277 -0.482 -0.566 -0.550 -0.430 -0.214
 [85]  0.073  0.414  0.775  1.093  1.313  1.386  1.305  1.126  0.925  0.752  0.635  0.581
 [97]  0.591  0.675  0.819  0.956  0.999  0.912  0.746  0.594  0.491  0.392  0.247  0.075
[109] -0.044 -0.067 -0.020  0.041  0.095  0.145  0.190  0.225  0.230  0.154 -0.039 -0.334
[121] -0.676 -0.982 -1.155 -1.133 -0.952 -0.709 -0.481 -0.292 -0.134  0.037  0.269  0.551
[133]  0.830  1.068  1.247  1.358  1.433  1.557  1.784  2.069  2.298  2.405  2.420  2.428
[145]  2.475  2.540  2.579  2.555  2.445  2.256  2.010  1.737  1.482  1.303  1.217  1.160
[157]  1.059  0.915  0.793  0.741  0.758  0.812  0.864  0.867  0.769  0.553  0.303  0.136
[169]  0.072  0.031 -0.054 -0.165 -0.225 -0.188 -0.066  0.097  0.252  0.378  0.479  0.546
[181]  0.552  0.508  0.473  0.502  0.586  0.673  0.727  0.736  0.710  0.651  0.560  0.481
[193]  0.467  0.526  0.653  0.855  1.107  1.353  1.567  1.755  1.902
```

Построим совмещенный график данных траекторий и математического ожидания $m(t)$.

Выберем несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений t_1 и t_2, для близких, для соседних).

Рассмотрим соседние значения t_1 и t_2:

$$t_1 = 1, \qquad t_2 = 2$$

Получим сечение для данных значений t.

```
> t1 = 1
> t2 = 2
> cut1 = as.data.frame(matrix(c(sapply(traj_list, `[[`, t1),
+                                sapply(traj_list, `[[`, t2)),
+                              ncol = 2, byrow = F))
> colnames(cut1) = c("t1","t2")
> head(cut1)
          t1         t2
1 -0.2382578 -0.1221164
2  2.7763110  2.7333232
3  1.9069917  2.1099607
4  0.6456816  0.4782167
5  2.2526161  2.1837181
6  1.1409270  1.0469334
```

Построим гистограмму относительных частот для ξ_{t_1}.

Находим минимальный и максимальный элемент выборки:

$min1 := \min(data)$

$$-0.254$$

$max1 := \max(data)$

$$4.208$$

Находим размах выборки

$d := max1 - min1$

$$4.462$$

Находим количество интервалов гистограммы по правилу Стерджеса:

$num := 1 + \mathrm{floor}\left(\log_2(n)\right)$

$$7$$

Рассчитываем длину интервалов

$len := \dfrac{d}{num}$

$$0.6374285714$$

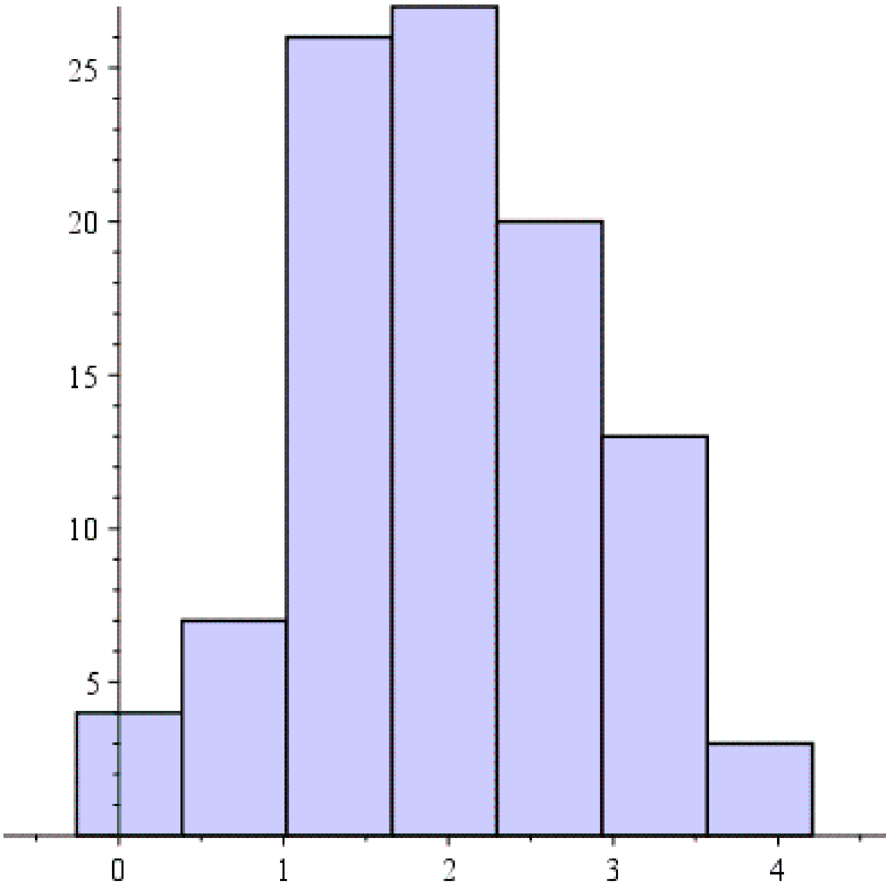
Вычисляем границы интервалов

$bvector := [min1, min1 + len, min1 + 2 \cdot len, min1 + 3 \cdot len, min1 + 4 \cdot len, min1 + 5 \cdot len, min1 + 6 \cdot len, max1]$

$$[-0.254, 0.3834285714, 1.020857143, 1.658285714, 2.295714286, 2.933142857, 3.570571428, 4.208]$$

Подсчитываем, сколько значений попало в каждый интервал

$hist1 := histogram(data, area = count, numbars = num)$



На основании полученной гистограммы находим значения относительных частот

$$height := \left[\frac{4}{n}, \frac{7}{n}, \frac{26}{n}, \frac{27}{n}, \frac{20}{n}, \frac{13}{n}, \frac{3}{n}\right]$$

$$\left[\frac{1}{25}, \frac{7}{100}, \frac{13}{50}, \frac{27}{100}, \frac{1}{5}, \frac{13}{100}, \frac{3}{100}\right]$$

$sum1 := 0:$

for j **from** 1 **to** 7 **do** $sum1 := sum1 + height[j]$ **od**:

$sum1$

$$1$$

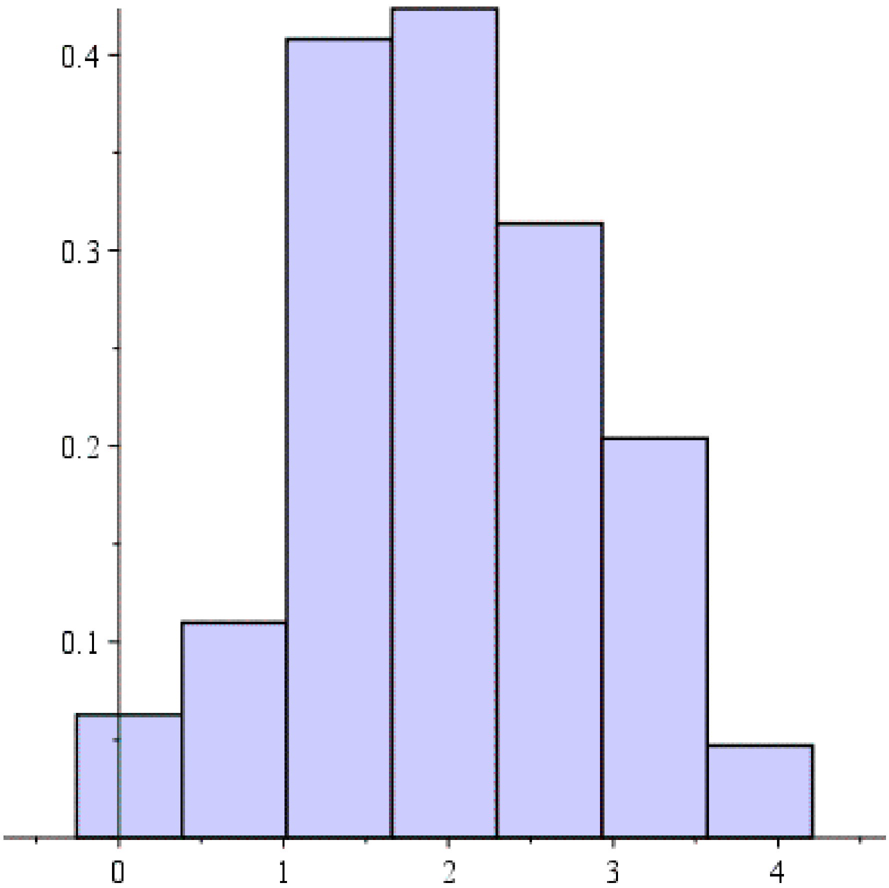
Находим плотности относительных частот

$$height1 := \frac{height}{len}$$

$$[0.06275212908, 0.1098162259, 0.4078888390, 0.4235768713, 0.3137606454, 0.2039444195, 0.04706409681]$$

Строим гистограмму относительных частот

$hist2 := histogram([Weight(bvector[1] .. bvector[2], height[1]), Weight(bvector[2] .. bvector[3], height[2]), Weight(bvector[3] .. bvector[4], height[3]), Weight(bvector[4] .. bvector[5], height[4]), Weight(bvector[5] .. bvector[6], height[5]), Weight(bvector[6] .. bvector[7], height[6]), Weight(bvector[7] .. bvector[8], height[7])])$



Строим график теоретической плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_1), K(0))$.

sigma := 1 :

m := 1.975 :

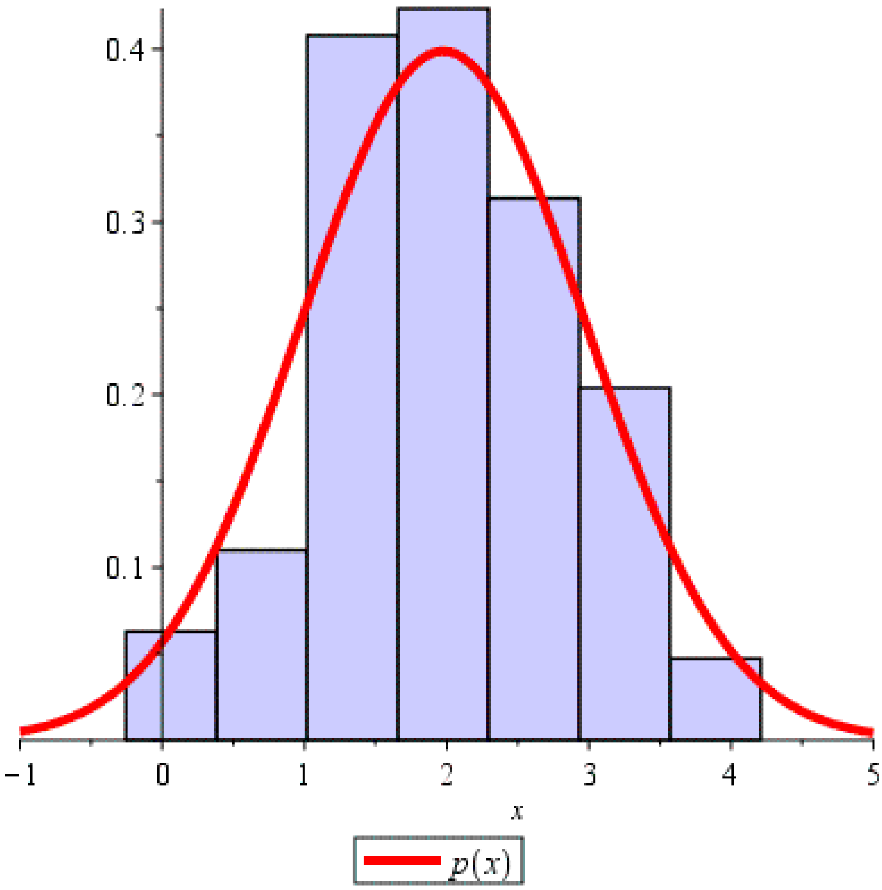
$p1(x)$:= 1 / (sigma * sqrt(2 * Pi)) * exp(- (x − m)^2 / (2 * sigma^2))

$$x \rightarrow \frac{e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-m)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

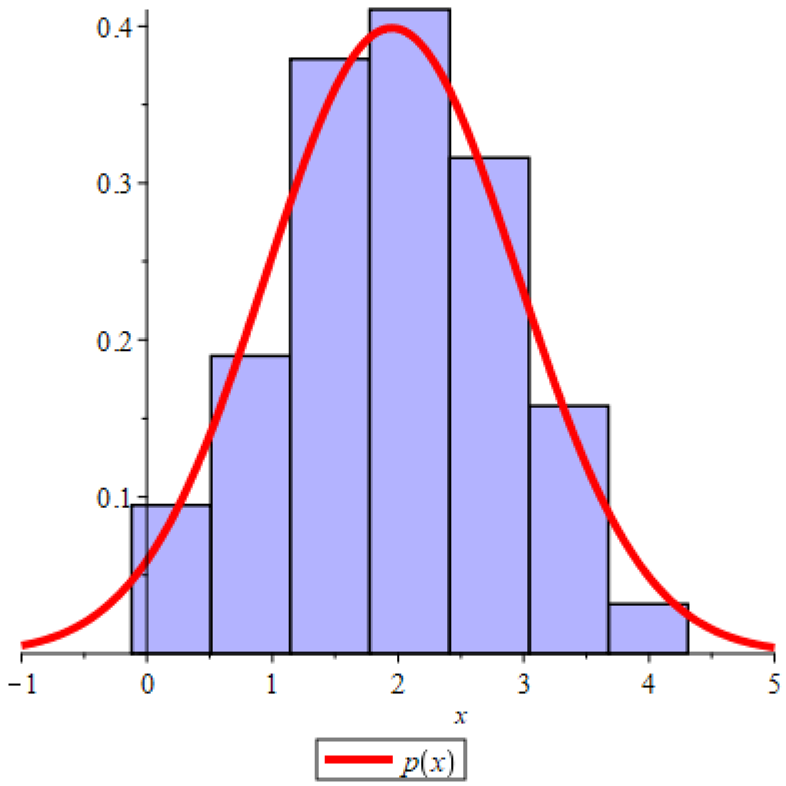
theograph := *plot*(*p1*(*x*), *x* = -1 ..5, *thickness* = 4, *color* = *red*, *legend* ='*p*(*x*)') :

plots[*display*](*hist2*, *theograph*)

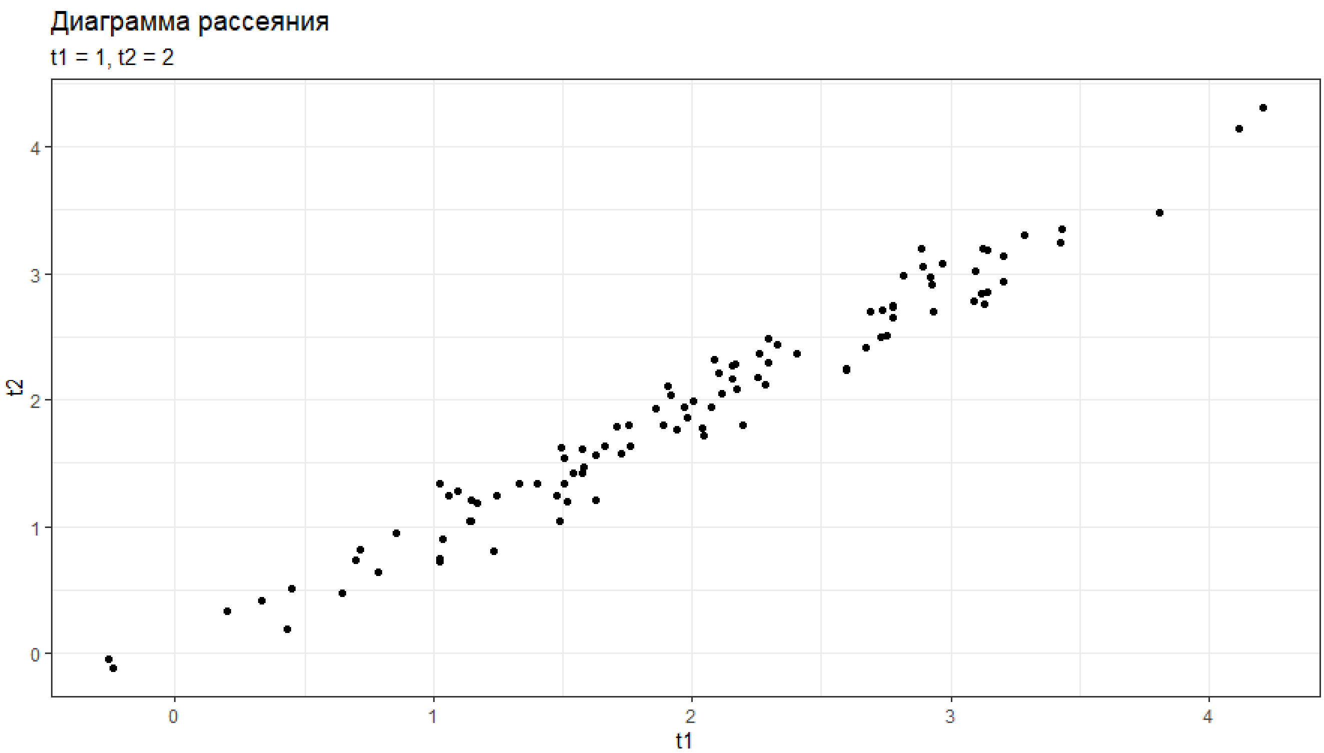
Строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_1), K(0))$.



Аналогично для ξ_{t_2} строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_2), K(0))$.



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.



Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

```
> cor.test(cut1$t1,cut1$t2,method = "pearson")

	Pearson's product-moment correlation

data:  cut1$t1 and cut1$t2
t = 50.861, df = 98, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.9726978 0.9875904
sample estimates:
      cor
0.9815797
```

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

$$r_{\text{в}} = 0.9815797$$

и доверительный интервал:

$$(0.9726978{,}0.9875904).$$

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:

$$r = r(\xi_{t1}, \xi_{t2}) = \frac{cov(\xi_{t1}, \xi_{t2})}{\sqrt{D\xi_{t1}}\sqrt{D\xi_{t2}}}$$

```
> r_tr = cov_mat[t1,t2]/sqrt(cov_mat[t1,t1] * cov_mat[t2,t2])
> r_tr
[1] 0.9836066
```

Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

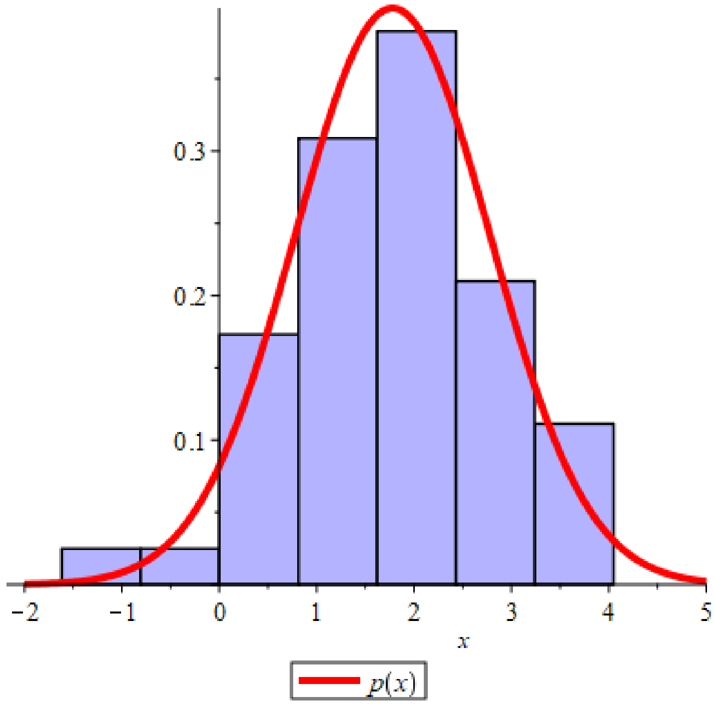
Рассмотрим близкие значения t_1 и t_2:

$$t_1 = 10, \qquad t_2 = 15$$

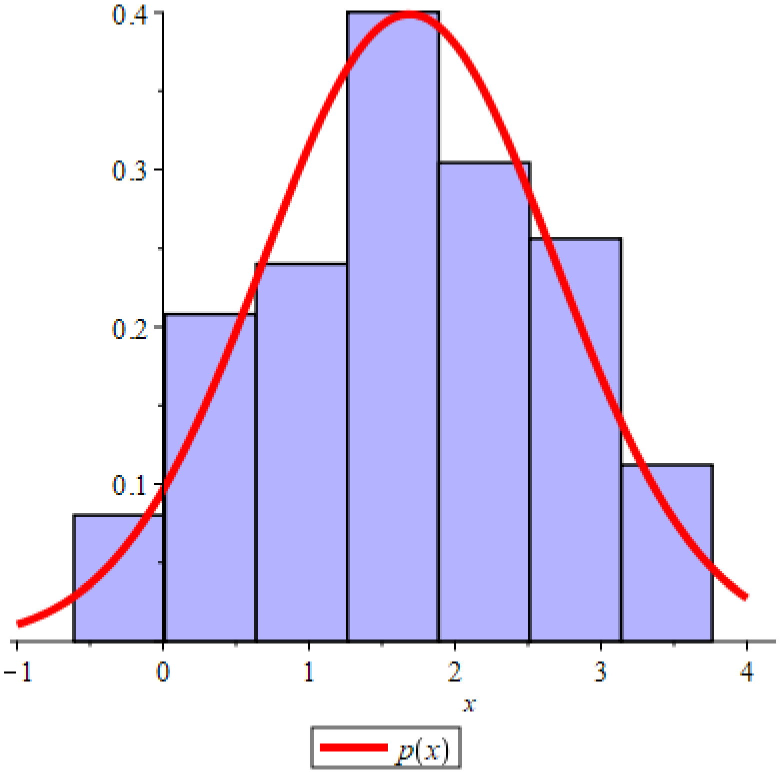
Получим сечение для данных значений t.

```
> t1 = 10
> t2 = 15
> cut1 = as.data.frame(matrix(c(sapply(traj_list, `[[`, t1),
+                               sapply(traj_list, `[[`, t2)),
+                             ncol = 2, byrow = F))
> colnames(cut1) = c("t1","t2")
> head(cut1)
          t1         t2
1 -0.1042259  0.5875991
2  2.5071482  1.7293037
3  1.7200900  2.3809507
4  1.5550467  2.3996705
5  0.5199099 -0.1076495
6  1.5565575  1.3569862
```

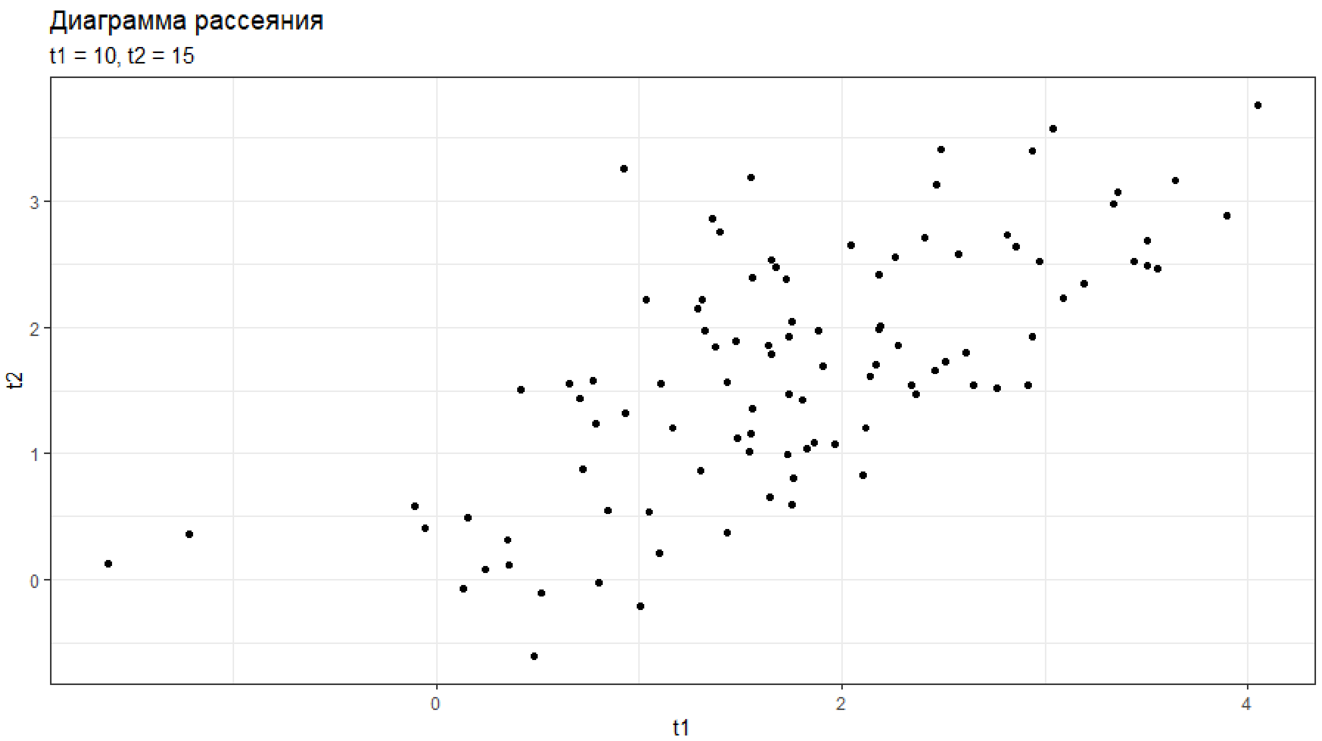
Построим гистограмму относительных частот и график плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_1), K(0))$.
для ξ_{t_1} при $t_1 = 10$.



Аналогично для ξ_{t_2} строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_2), K(0))$.



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.



Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

```
> cor.test(cut1$t1,cut1$t2,method = "pearson")

        Pearson's product-moment correlation

data:  cut1$t1 and cut1$t2
t = 9.4653, df = 98, p-value = 1.752e-15
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5723521 0.7814259
sample estimates:
      cor
0.6910789
```

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

$$r_{\text{в}} = 0.6910789$$

и доверительный интервал:

$$(0.5723521, 0.7814259).$$

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:

$$r = r(\xi_{t1}, \xi_{t2}) = \frac{cov(\xi_{t1}, \xi_{t2})}{\sqrt{D\xi_{t1}}\sqrt{D\xi_{t2}}}$$

```
> r_tr = cov_mat[t1,t2]/sqrt(cov_mat[t1,t1] * cov_mat[t2,t2])
> r_tr
[1] 0.7058824
```

Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

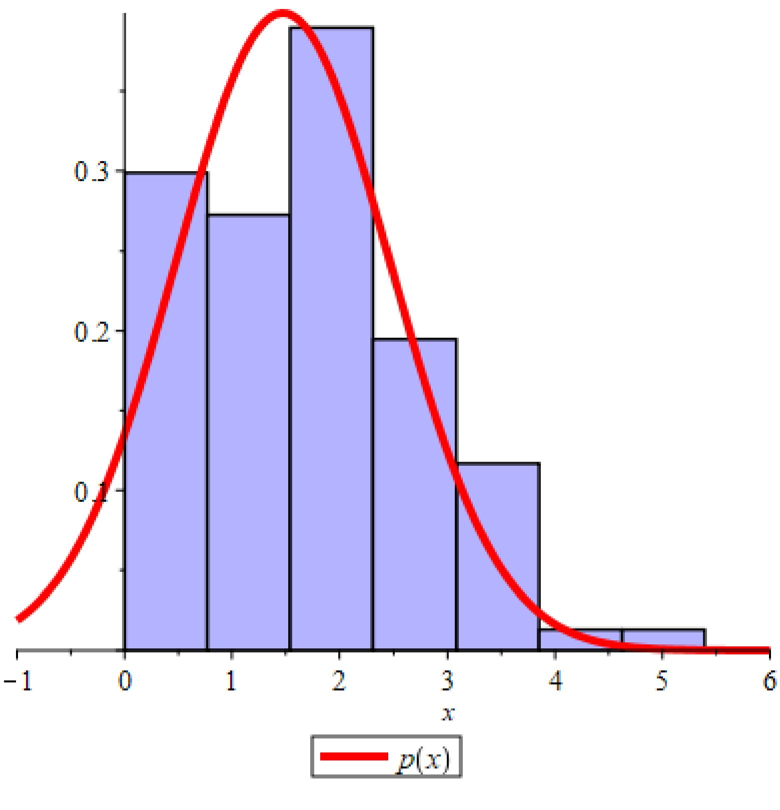
Рассмотрим далекие значения t_1 и t_2:

$$t_1 = 30, \qquad t_2 = 90$$

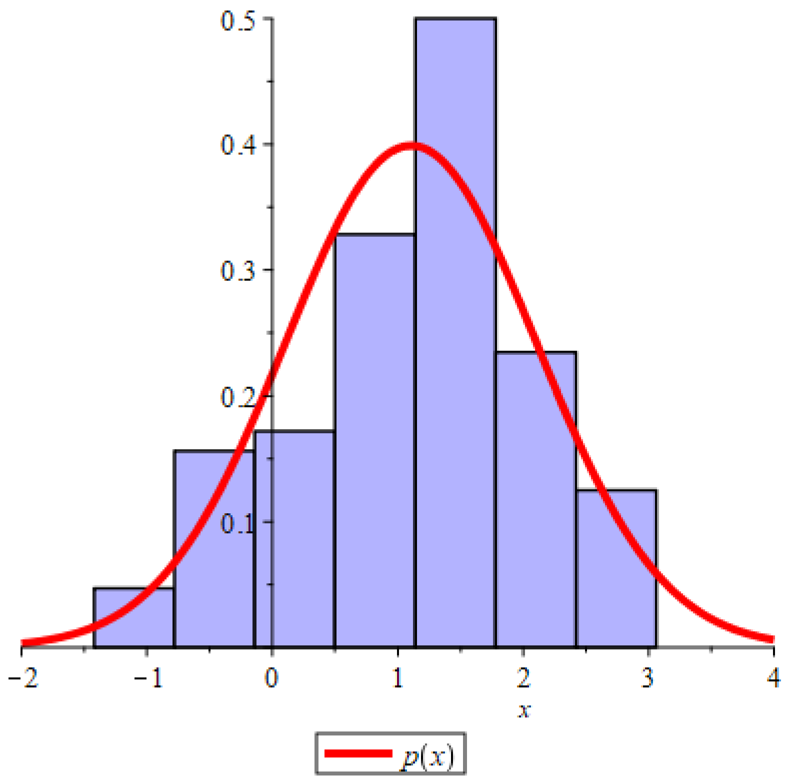
Получим сечение для данных значений t.

```
> cut1 = as.data.frame(matrix(c(sapply(traj_list, `[[`, t1),
+                               sapply(traj_list, `[[`, t
2)),
+                             ncol = 2, byrow = F))
> colnames(cut1) = c("t1","t2")
> head(cut1)
         t1       t2
1 2.9572278 1.512345
2 1.5372243 1.776921
3 0.8580756 1.482778
4 0.2711890 1.312780
5 2.2096569 1.303863
6 2.0458898 1.774837
```

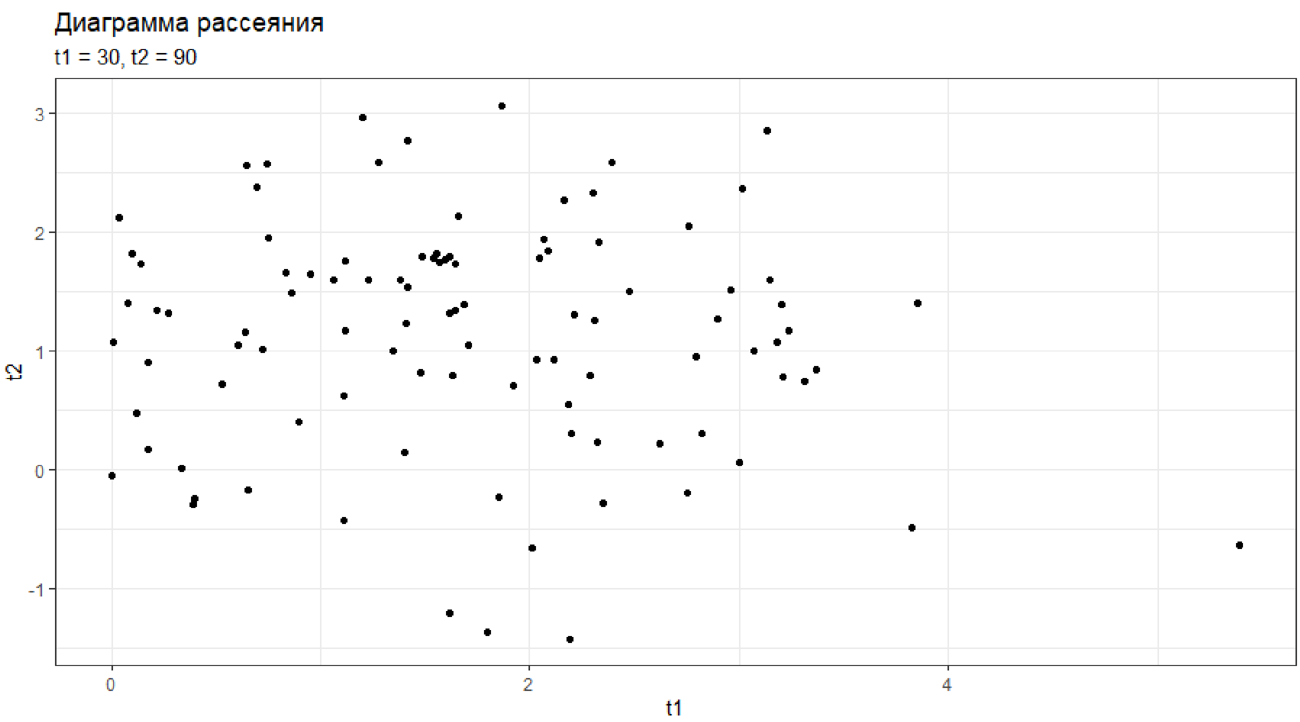
Построим гистограмму относительных частот и график плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_1), K(0))$.
для ξ_{t_1} при $t_1 = 30$.



Аналогично для ξ_{t_2} строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами $(m(t_2), K(0))$.



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.



Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

```
> cor.test(cut1$t1,cut1$t2,method = "pearson")

	Pearson's product-moment correlation

data:  cut1$t1 and cut1$t2
t = -0.97448, df = 98, p-value = 0.3322
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.2888245  0.1003858
sample estimates:
        cor 
-0.09796395 
```

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

$$r_{\text{в}} = -0.09796395$$

и доверительный интервал:

$$(-0.2888245, 0.1003858).$$

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:

$$r = r(\xi_{t1}, \xi_{t2}) = \frac{cov(\xi_{t1}, \xi_{t2})}{\sqrt{D\xi_{t1}}\sqrt{D\xi_{t2}}}$$

```
> r_tr = cov_mat[t1,t2]/sqrt(cov_mat[t1,t1] * cov_mat[t2,t2])
> r_tr
[1] 0.01639344
```

Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

Вывод

В результате данного домашнего задания:

1. Были смоделированы $n = 100$ траекторий гауссовского процесса ξ_t на отрезке $[0,10]$ с шагом $h = 0.05$ с заданным математическим ожиданием $m(t) = 1 + e^{-t/2}$ и заданной автоковариационной функцией $K(t_1, t_2) = \frac{3}{3+20\tau^2}$.
2. Были выбраны несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений t_1 и t_2, для близких, для соседних).
3. Для данных пар сечений:
   - Для выбранных сечений ξ_{t_i} были построены гистограммы относительных частот, совмещенные с теоретической плотностью распределения СВ ξ_{t_i},

- Было показано, что построенные сечения ξ_{t_i} являются нормально распределенными СВ с параметрами $N(m(t_1), K(0))$,
- Были построены диаграммы рассеяния,
- Были вычислены выборочные коэффициенты корреляции,
- Были построены 95% доверительные интервалы,
- Были сделаны выводы о принадлежности теоретического коэффициента корреляции построенным доверительным интервалам,
- Было показано, что при удалении значений t_1 и t_2 друг от друга происходит уменьшение коэффициента корреляции.