|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ **Фундаментальные науки**

КАФЕДРА **Вычислительная математика и математическая физика (ФН11)**

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ **02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

**Отчет**

|  |  |
| --- | --- |
| **по домашней работе №** | 2.1 |

**Дисциплина:** Теория случайных процессов

**Вариант:** 15

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Студент | ФН11-63Б |  |  | А.А.Серебряков |
|  | (Группа) |  | (Подпись, дата) | (И.О. Фамилия) |
|  |  |  |  |  |
| Преподаватель |  |  |  | Т.В. Облакова |
|  |  |  | (Подпись, дата) | (И.О. Фамилия) |

Москва, 2022

**Задача 1.**

**Моделирование гауссовского процесса с данной автоковариационной функцией**

На отрезке с шагом смоделируйте траекторий гауссовского процесса с заданным математическим ожиданием и заданной автоковариационной функцией .

Выведите на печать две-три траектории вместе с графиком .

Выберите несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений и , для близких, для соседних).

Для выбранных сечений постройте гистограммы относительных частот, совмещенные с теоретической плотностью распределения СВ .

Постройте для выбранных пар сечений диаграммы рассеяния, вычислите выборочные коэффициенты корреляции, постройте 95% доверительные интервалы (см. материал прошлого семестра). Сравните выборочные и теоретические значения коэффициентов корреляции.

Сформулируйте общие выводы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  Вар. | Интервал | Шаг | Число траек-  торий | Математическое ожидание | Автоковариационная функция |
| **15** |  | **0.05** | 100 |  |  |

**Решение**

Смоделируем одну траекторию.

Найдем индекс последнего элемента случайного вектора , .





Сформируем равномерную сетку шага 0.05 на заданном отрезке:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Найдем вектор математических ожиданий .

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Вычислим матрицу ковариаций , и и выведем ее первые пять строк и столбцов.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Далее генерируем с помощью встроенного датчика случайных чисел базовую последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Находим квадратный корень Холецкого из матрицы , то есть такую нижнетреугольную матрицу , что .

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Проверим, что полученная матрица действительно является матрицей Холецкого, то есть, выполняется

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Действительно, полученная матрица совпадает с ковариационной.

Вычисляем центрированную последовательность .

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Для получения искомого вектора к каждому элементу вектора добавляем нужное математическое ожидание: .

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

На основе алгоритма для одной траектории смоделируем траекторий гауссовского процесса .

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Выведем несколько траекторий на печать.

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Построим совмещенный график данных траекторий и математического ожидания



Выберем несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений и , для близких, для соседних).

Рассмотрим соседние значения и :

Получим сечение для данных значений t.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Построим гистограмму относительных частот для .

Находим минимальный и максимальный элемент выборки:









Находим размах выборки





Находим количество интервалов гистограммы по правилу Стерджеса:





Рассчитываем длину интервалов





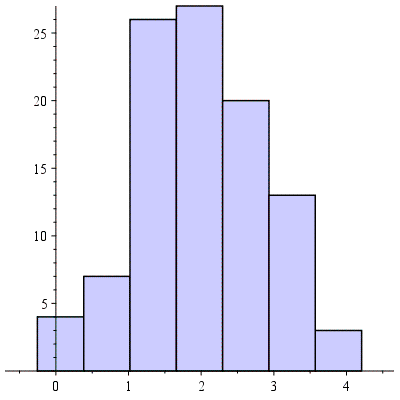
Вычисляем границы интервалов





Подсчитываем, сколько значений попало в каждый интервал





На основании полученной гистограммы находим значения относительных частот













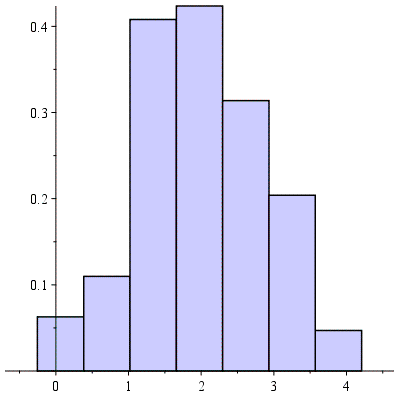
Находим плотности относительных частот





Строим гистограмму относительных частот





Строим график теоретической плотности нормального распределения с параметрами





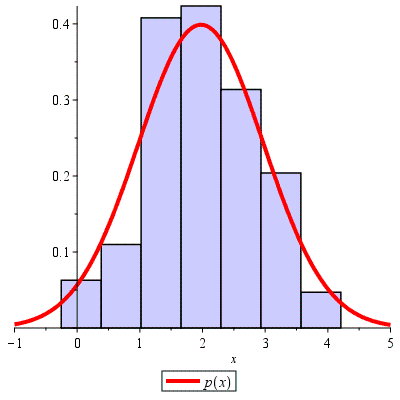




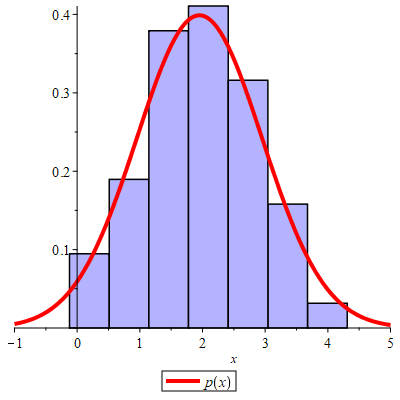




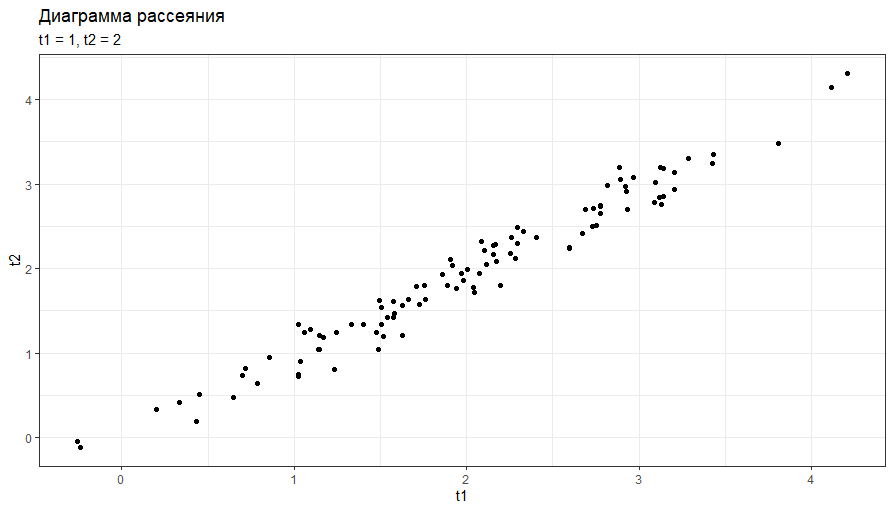
Строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами



Аналогично для строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.



Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

и доверительный интервал:

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:



Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

Рассмотрим близкие значения и :

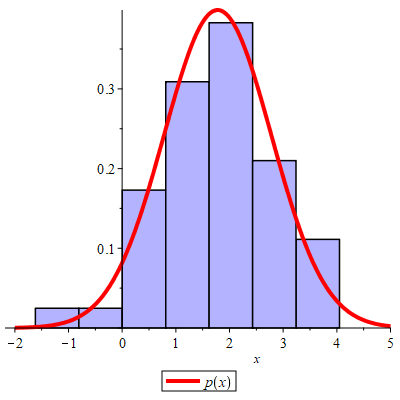
Получим сечение для данных значений t.

Изображение выглядит как текст

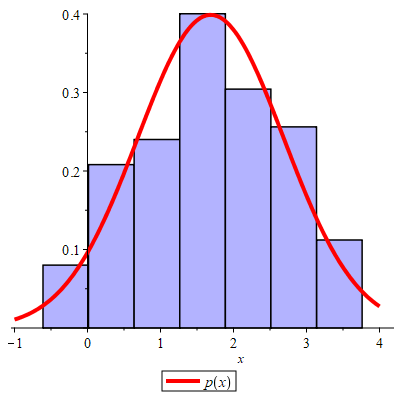
Автоматически созданное описание

Построим гистограмму относительных частот и график плотности нормального распределения с параметрами

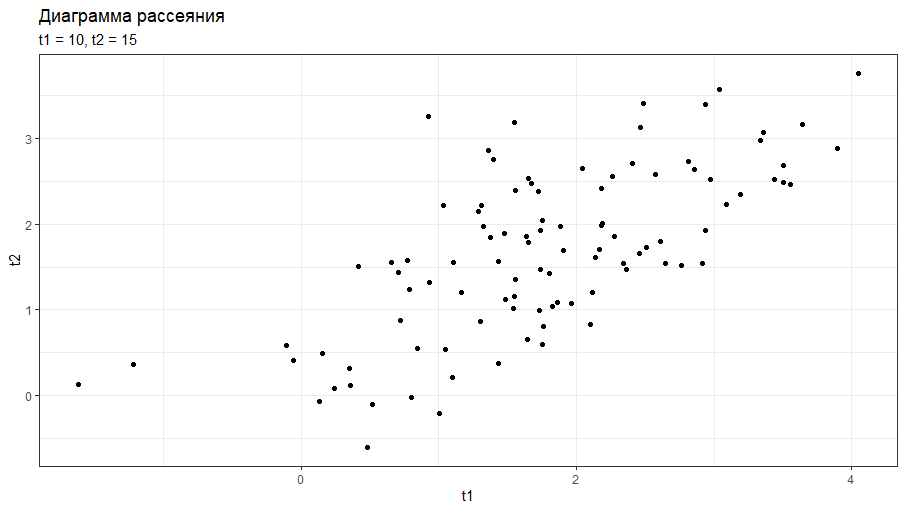
для при .



Аналогично для строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.



Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

и доверительный интервал:

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:



Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

Рассмотрим далекие значения и :

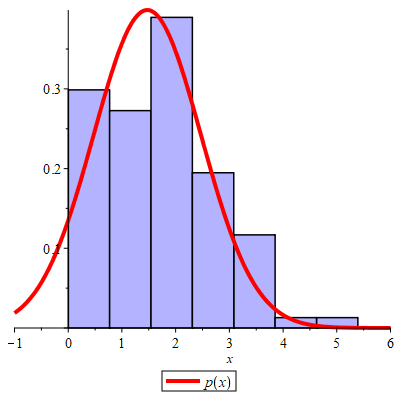
Получим сечение для данных значений t.

Изображение выглядит как текст

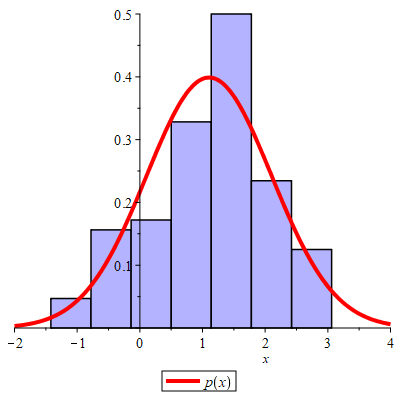
Автоматически созданное описание

Построим гистограмму относительных частот и график плотности нормального распределения с параметрами

для при .



Аналогично для строим совмещенные графики гистограммы относительных частот и плотности нормального распределения с параметрами



Построим диаграмму рассеяния для данной пары сечений.

Изображение выглядит как текст, небо, старый

Автоматически созданное описание

Найдем выборочный коэффициент корреляции и доверительный интервал для коэффициента корреляции с помощью встроенной функции.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Получили значение выборочного коэффициента корреляции:

и доверительный интервал:

Найдем теоретическое значение коэффициента корреляции по формуле:



Таким образом, теоретическое значение коэффициента корреляции попадает в доверительный интервал.

**Вывод**

В результате данного домашнего задания:

1. Были смоделированы траекторий гауссовского процесса на отрезке с шагом с заданным математическим ожиданием и заданной автоковариационной функцией .
2. Были выбраны несколько пар сечений построенного процесса (для далеких значений и , для близких, для соседних).
3. Для данных пар сечений:

* Для выбранных сечений были построены гистограммы относительных частот, совмещенные с теоретической плотностью распределения СВ ,
* Было показано, что построенные сечения являются нормально распределенными СВ с параметрами ,
* Были построены диаграммы рассеяния,
* Были вычислены выборочные коэффициенты корреляции,
* Были построены 95% доверительные интервалы,
* Были сделаны выводы о принадлежности теоретического коэффициента корреляции построенным доверительным интервалам,
* Было показано, что при удалении значений и друг от друга происходит уменьшение коэффициента корреляции.